ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε κάθε αγώνα βόλεϊ, νικήτρια ανακηρύσσεται η ομάδα που θα κερδίσει πρώτη 3 σετ. Αν οι δύο ομάδες είναι οι α, β τότε να βρείτε το δειγματικό χώρο αυτού του πειράματος τύχης αν μας ενδιαφέρει το αποτέλεσμα κάθε σετ.

Στη συνέχεια να βρείτε τα ενδεχόμενα :

E_1: η ομάδα α κέρδισε τον αγώνα .

E_2: η ομάδα β κέρδισε το πολύ δύο σετ .

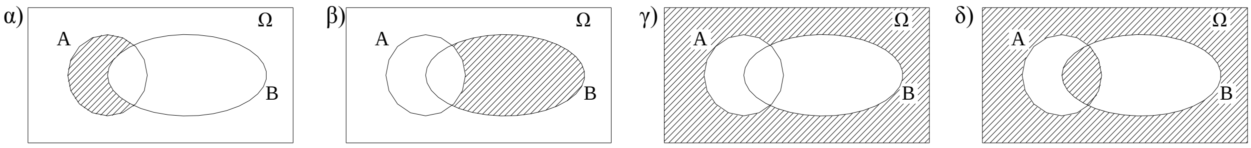
E_3: η ομάδα α κέρδισε ακριβώς ένα σετ .

E_4: η ομάδα β κέρδισε το δεύτερο σετ .

E_5: η ομάδα β έχασε τον αγώνα .

Καθώς και τα E_2', $E_1 \cap E_4$, $E_2 \cap E_5$, $E_2 \cup E_5$, $E_5 \cap E_3$, $E_1 - E_4$

2. Χρησιμοποιώντας την ένωση, την τομή και το συμπλήρωμα να γράψετε τα σύνολα που παριστάνονται στα παρακάτω διαγράμματα Venn :



3. Σε μια πόλη το 40 % των κατοίκων διαβάζουν συχνά εφημερίδες, το 30% διαβάζουν συχνά περιοδικά ενώ το 10 % διαβάζουν συχνά περιοδικά και εφημερίδες . Επιλέγουμε στην τύχη ένα κάτοικο. Να βρεθεί η πιθανότητα :

α) Να διαβάζει συχνά μόνο εφημερίδες.

β) Να διαβάζει συχνά μόνο περιοδικά.

γ) Να διαβάζει συχνά μόνο ένα από τα δύο .

4. Δίνονται δύο ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει:

$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ και $P(A') + P(B') = \frac{6}{7}$.

Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων : α) $A \cup B$ και β) $(A \cup B)'$.

5. Έστω Α, Β ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω. Αν $P(A')=0,3$, $P(B') = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$ τότε να βρείτε την $P(A \cup B)$.

6.. Αν Α, Β είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω και ισχύουν: $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(B') = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ τότε να βρείτε τις πιθανότητες $P(B)$, $P(A)$, $P(A-B)$ και $P(B-A)$.

7. Βάλτε σε κύκλο το **Σ** (σωστό) ή το **Λ** (λάθος) στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Αν Α,Β είναι δυο ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης, τέτοια ώστε $N(A \cap B)=0$, τότε τα Α,Β είναι ασυμβίβαστα. **Σ** **Λ**

2. Οι εκφράσεις ‘’ πραγματοποιείται μόνο το ενδεχόμενο Α’’ και ‘’ πραγματοποιείται ένα από τα Α,Β’’ είναι ισοδύναμες. **Σ** **Λ**

3. Για τα ενδεχόμενα Α,Β ενός πειράματος τύχης, ισχύει:
$P[(A\cap B')\cup(A'\cap B)] = P(A\cup B) - P(A\cap B)$. **Σ** **Λ**

4. Αν για τα ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης ισχύουν : $P(A\cup B)=\frac{2}{7}$ και

$P(A')+P(B')=\frac{6}{7}$, τότε $P(A\cap B)'=\frac{1}{7}$. **Σ** **Λ**

8. Βάλτε σε κύκλο το γράμμα της σωστής απάντησης στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Στο πείραμα τύχης της ρίψης ζαριού, θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α={ 2,3,6 }, Β={ 1,2,4 }. Αν το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 2, τότε ποιο από τα παρακάτω αποτελέσματα δεν πραγματοποιείται;

Α. $A\cup B$ **Β.** $A\cap B$ **Γ.** $A\cup B'$ **Δ.** $A'\cup B$ **Ε.** A'.

2. Αν Α, Β είναι ασυμβίβαστα και Ρ(Α) = 0,6 Ρ(Β) = 0,7, τότε $P(A\cup B)$ ισούται με :

Α. 1,3 **Β.** 0,6 **Γ.** 0,1 **Δ.** 0,7 **Ε.** 0,3.

3. Αν σε ένα πείραμα τύχης ο δειγματικός χώρος είναι Ω = { 1,2,3,…10 } και έχουμε τα ενδεχόμενα Α = { 2,3,4,5,6 }, Β = { 4,7,8,9 } , τότε η πιθανότητα Ρ(Α – Β) ισούται με:

Α. $\frac{1}{10}$ **Β.** $\frac{3}{10}$ **Γ.** $\frac{2}{5}$ **Δ.** $\frac{2}{10}$ **Ε.** $\frac{1}{2}$.

9. Σε μια κωμόπολη το 30% των κατοίκων έχουν δικό τους σπίτι, το 60% έχουν δικό τους αυτοκίνητο, ενώ το 20% έχουν και σπίτι και αυτοκίνητο δικά τους.
Αν Α το ενδεχόμενο, ένας κάτοικος να έχει δικό του σπίτι και Β το ενδεχόμενο, ένας κάτοικος να έχει δικό του αυτοκίνητο, τότε να βρεθεί η πιθανότητα:

α. Να μην πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο Β.

β. Να πραγματοποιηθεί ένα τουλάχιστον από τα ενδεχόμενα Α,Β.

γ. Να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα Α,Β .

10. Από τους 20 καθηγητές ενός Λυκείου, οι 12 είναι γυναίκες. Υπάρχουν 4 φιλόλογοι, από τους οποίους οι 3 είναι γυναίκες. Επιλέγουμε στην τύχη ένα καθηγητή του σχολείου. Να υπολογίσετε την πιθανότητα, ο καθηγητής αυτός να είναι:

α. Γυναίκα.
β. Φιλόλογος.
γ. Γυναίκα και φιλόλογος.
δ. Γυναίκα ή φιλόλογος.
ε. Άνδρας και όχι φιλόλογος.

11. Θεωρούμε το ενδεχόμενο Α ενός δειγματικου χώρου Ω με $A \neq 0$, $A \neq \Omega$ και $P(A) = \lambda$, $\lambda \in R$. Να μελετηθεί η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{\lambda}{6}x^2 + \frac{1}{8}\lambda x + 2002$, $x \in R$ ως προς την μονοτονία.

12. Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, ..., \nu\}$ $\nu \in N^*$.

i) Αν $f(x) = \dfrac{\nu x + \nu x^2}{\sqrt{1+x+x^2} - 1}$, $x \in R \setminus \{0, -1\}$ και $\lim f(x) = 6$ τότε:

Δείξτε ότι: $\Omega = \{1, 2, 3\}$.

ii) Αν $P(1) = \dfrac{\lambda}{5\lambda+1}$, $P(2) = \dfrac{1}{\lambda+2}$, $P(3) = \dfrac{\lambda}{\lambda+1}$ με $\lambda \neq -1, -2, -1/5$ να βρείτε τις πιθανότητες P(1), P(2), P(3) .

13. Έστω ο δειγματικός χώρος Ω και δύο ενδεχόμενα Α και Β του Ω με $P(A) = P(B) = ½$. Θεωρούμε τις παρατηρήσεις P(A), P(B), $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσό τους.

β) Να αποδείξετε ότι η διακύμανσή τους είναι :

$$s^2 = \frac{1}{2}[P(A \cap B)]^2 - \frac{1}{2}P(A \cap B) + \frac{1}{8}$$

γ) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί μόνο το ενδεχόμενο Α είναι ίση με $s\sqrt{2}$.

14. Έστω ο δειγματικός χορός $\Omega = \{2, 4, 6, ..., 2\nu\}$, $\nu \in N^*$ με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, αν θεωρηθούν τιμές μιας μεταβλητής Χ και είναι $\bar{x} = 9$.

α. Να προσδιορίσετε επακριβώς το Ω.

β. Να βρείτε τη διάμεσο δ και το εύρος R των τιμών της μεταβλητής Χ.

γ. Αν s η τυπική απόκλιση, να δείξετε ότι $s^2 = 2\bar{x} + 3$.

δ. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

Α: " $\alpha \in \Omega$ ώστε α πολ/σιο του 4"

Β: "$\beta \in \Omega$ ώστε β ρίζα της εξίσωσης $\dfrac{(x^2-6x+8)(x-3)}{x-2} = 0$” .

Να βρείτε τις πιθανότητες P(A), P(B), P(AUB), $P(A \cap B)$, P(A-B).

15 . Έστω $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ είναι Δ.Χ που αποτελείται από ισοπίθανα ενδεχόμενα.

Εκλέγουμε τυχαίως ένα ενδεχόμενο $\alpha \in \Omega$.

Αν $f(x) = x^3 - 3x^2 + (\alpha+1)x + \alpha^2 - 4\alpha + 2$ να βρείτε την πιθανότητα ώστε η εφαπτομένη της C_f στην ρίζα της δεύτερης παραγώγου της f να διέρχεται από την αρχή των αξόνων .